

Priorités opératoires

Priorités :

règle : dans une suite de calcul on effectue dans l'ordre

- 1) les calculs entre les parenthèses en respectant les règles de priorités
- 2) ensuite les puissances (dont les carrés)
- 3) puis les multiplications et les divisions
- 4) et enfin les additions et les soustractions.

Remarque : penser à être astucieux.

Dans une suite de calcul ne contenant que des additions, on effectue les calculs dans l'ordre que l'on veut.

Dans une suite de calcul ne contenant que des multiplications, on effectue les calculs dans l'ordre que l'on veut.

Dans une suite de calcul ne contenant que des additions et des soustractions, on effectue les calculs de gauche à droite.

Dans une suite de calcul ne contenant que les multiplications et les divisions, on effectue les calculs de gauche à droite.

Méthodes :

$\begin{aligned} 999 - 657 + 1 &= \\ 1\ 000 - 657 &= 343 \end{aligned}$	$\begin{aligned} 25 \times 3,3 \times (-4) &= \\ -100 \times 3,3 &= -330 \end{aligned}$
$\begin{aligned} (9 - (6 + 2)) \times 95 \\ = (9 - 8) \times 95 \\ = 1 \times 95 \\ = 95 \end{aligned}$	$\begin{aligned} 13 + 8 \times 7 - (2 + 8) - 3 \\ = 13 + 56 - 10 - 3 \quad (\text{astuce}) \\ = 13 + 56 - 13 \\ = 56 \end{aligned}$
$\begin{aligned} 3 + 4 \times (-6) \\ = 3 - 24 = -21 \end{aligned}$	$\begin{aligned} 32 \div 4 - 2 + 7 \times 3 \\ = 8 - 2 + 21 \\ = 6 + 21 \\ = 27 \end{aligned}$
$\begin{aligned} 1 - (3 - 5 \times 7) \div 2 &= 1 - \frac{3 - 5 \times 7}{2} \\ = 1 - (3 - 35) \div 2 \\ = 1 - (-32) \div 2 \\ = 1 - (-16) \\ = 1 + 16 = 17 \end{aligned}$	$\begin{aligned} -3 - (-4 + 8) \times (2 - 9) \\ = -3 - 4 \times (-7) \\ = -3 + 28 \\ = 25 \end{aligned}$
$\begin{aligned} (-7 - 2^2) \times (-2) \\ = (-7 - 4) \times (-2) \\ = (-11) \times (-2) \\ = 22 \end{aligned}$	$\begin{aligned} -7 + (-2)^4 \times (-2) \\ = -7 + 16 \times (-2) \\ = -7 - 32 \\ = -39 \end{aligned}$

Multiplications de fractions

Multiplication :

Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour tous nombres a, b, c et d, c et d non nul : $\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{c \times d}$

Remarque :

* Si $c = 1$, la formule devient $a \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{d} = (a \times b) \div d = (a \div d) \times b = a \times (b \div d)$

* Il faut penser à simplifier avant de multiplier en cherchant des facteurs communs

Exemples :

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{3,5}{4} \times \frac{3}{1,6} = \frac{3,5 \times 3}{4 \times 1,6} = \frac{10,5}{6,4}$$

Exemple :

Calcule l'expression $B = \frac{35}{33} \times \frac{39}{80}$. Donne le résultat sous forme simplifiée.

$B = \frac{7 \times \mathbf{5} \times 13 \times \mathbf{3}}{11 \times \mathbf{3} \times 2 \times \mathbf{5} \times 8}$	On décompose (en essayant d'utiliser les nombres premiers). On cherche des facteurs communs.
$B = \frac{7 \times 13}{11 \times 2 \times 8}$	On simplifie.
$B = \frac{91}{176}$	On calcule.

Multiplications et divisions de nombres relatifs

Multiplication de deux nombres relatifs :

<p>Le produit de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif. La distance à zéro de ce produit est égale au produit des distances à zéro.</p>	$(-7) \times 6 = -42$ $4 \times (-3,1) = -12,4$
<p>Le produit de deux nombres relatifs de même signe est positif. La distance à zéro de ce produit est égale au produit des distances à zéro.</p>	$2,5 \times 1,5 = 3,75$ $(-7) \times (-6) = 42$
<p>Multiplier par (-1) un nombre relatif revient à prendre son opposé</p>	$(-42) \times (-1) = 42$ $9,2 \times (-1) = -9,2$

Multiplication de plusieurs nombres relatifs :

<p>Pour déterminer le signe d'un produit de plusieurs facteurs, on compte le nombre de facteurs négatifs.</p> <p>Lorsque le nombre de facteurs négatifs de ce produit est pair, le produit est positif.</p> <p>Lorsque le nombre de facteurs négatifs de ce produit est impair, le produit est négatif.</p>	<p>$A = (-8) \times (-7) \times 5,5 \times (-0,25) \times 2,3$ A est un produit qui comporte 3 facteurs négatifs. 3 est impair. A est négatif. $A = -(8 \times 7 \times 5,5 \times 0,25 \times 2,3)$ $B = -7 \times 4 \times (-5) \times (-25) \times 2,3 \times (-2)$ B est un produit qui comporte 4 facteurs négatifs. 4 est pair. B est positif. $B = 7 \times 4 \times 5 \times 25 \times 2,3 \times 2$</p>
--	---

Division de nombres relatifs :

<p>Le quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif. La distance à zéro de ce quotient est égale au quotient des distances à zéro.</p>	$\frac{-42}{6} = (-42) \div 6 = -7$ $\frac{56}{-8} = 56 \div (-8) = -7$
<p>Le quotient de deux nombres relatifs de même signe est positif. La distance à zéro de ce quotient est égale au quotient des distances à zéro.</p>	$\frac{-4}{-5} = -4 \div (-5) = 0,8 = \frac{4}{5}$
<p>Lorsqu'un quotient n'est pas un nombre décimal, * la valeur exacte est une fraction * on peut donner des valeurs approchées de ce quotient.</p>	$\frac{-2}{3} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3} \approx -0,67$

Divisions de fractions

Division :

1) inverse :

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

Tout nombre x non nul admet un inverse (noté x^{-1}) qui est le nombre $\frac{1}{x}$.

Tout nombre en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ ($a \neq 0$ et $b \neq 0$) admet un inverse qui est le nombre $\frac{b}{a}$.

Remarques :

* Un nombre et son inverse ont toujours le même signe.

* 0 est le seul nombre qui n'admet pas d'inverse.

2) méthode :

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

Pour tous nombres a, b, c et d , b, c et d non nul :
$$\frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{d}} = \frac{a}{c} \div \frac{b}{d} = \frac{a}{c} \times \frac{d}{b}$$

Exemple : Calcule $C = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$.

$C = + \left(\frac{8}{7} \div \frac{5}{3} \right)$	On détermine le signe du résultat. Il y a 2 facteurs négatifs, 2 est pair, le résultat est positif.
$C = \frac{8}{7} \times \frac{3}{5}$	On multiplie par l'inverse du deuxième quotient.
$C = \frac{8 \times 3}{7 \times 5}$	On multiplie les fractions. On constate que l'on ne peut pas simplifier.
$C = \frac{24}{35}$	On calcule.

Puissances

Puissance d'un nombre

Définition de a^n :

a est un nombre quelconque et n est un entier positif,

on écrit $a^n = a \times a \times a \times \dots \times a \times a$
n fois

exemples : $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

$(-7)^4 = (-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7) = 2\,401$

$(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) = -64$

$-7^4 = -7 \times 7 \times 7 \times 7 = -2\,401$

$10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000$

$10^{13} = 10\,000\,000\,000\,000$

$a^1 = a$

$\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right) \times \left(\frac{5}{2}\right) = \frac{25}{4}$

remarque : le signe de a^n avec $a < 0$ et attention aux parenthèses.

Définition de a^{-n} :

a (différent de 0) est un nombre quelconque et n est un entier positif,

on écrit $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (c'est l'inverse de a^n)

exemples : $2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

$(-7)^{-4} = \frac{1}{(-7)^4} = \frac{1}{2\,401}$

$x^{-1} = \frac{1}{x}$ (c'est l'inverse de x)

$\left(\frac{5}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

Définition de a^0 :

On a $1 = a^n \times \frac{1}{a^n} = a^n \times a^{-n} = a^{n+(-n)} = a^0$

(attention a ne peut pas être égal à 0)

A retenir $1 = a^0$

exemple : $\left(\frac{153}{47}\right)^0 = 1$

Propriétés

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

$(a \times b)^m = a^m \times b^m$

$(a^m)^n = a^{m \times n}$

$a^0 = 1$ avec $a \neq 0$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ avec $b \neq 0$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ avec $a \neq 0$

Attention $(a+b)^m \neq a^m + b^m$

Notation scientifique

Définition :

Un nombre positif est écrit en notation scientifique

lorsqu'il est écrit sous la forme suivante : $a \times 10^m$.

Avec : a est un nombre décimal tel que $1 \square a < 10$ et m est un nombre entier relatif.

Exemple : $A = \frac{0,3 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-4}}$ → On regroupe les puissances.

$$A = \frac{0,3 \times 5}{4} \times \frac{10^{-2} \times 10^{-5}}{10^{-4}} \rightarrow \text{On utilise les règles sur les puissances.}$$

$$A = \frac{1,5}{4} \times 10^{-2-5-(-4)} \rightarrow \text{On fait la division.}$$

$$A = 0,375 \times 10^{-3} \rightarrow 0,375 \text{ n'est pas une écriture scientifique.}$$

$$A = 3,75 \times 10^{-1} \times 10^{-3} \rightarrow \text{On finalise le calcul.}$$

$$A = 3,75 \times 10^{-4} \rightarrow \text{Le résultat est en notation scientifique.}$$

avec la calculatrice

Vous devez connaître les touches de votre calculatrice.

Les préfixes :

On peut résumer les multiples de l'unité dans un tableau :

Puissance	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1
Préfixe	terra	giga	méga	kilo	hecto	déca
Symbole	T	G	M	k	h	da

Puissance	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
Préfixe	déci	centi	milli	micro	nano	pico
Symbole	d	c	m	μ	n	p

Exemples :

1) Le watt est l'unité qui permet de mesurer la puissance. À quoi correspond 3,2 mégawatt ?

Le préfixe méga signifie qu'on multiplie l'unité de base de la mesure par 10^6 .

1 mégawatt équivaut donc à 10^6 watts, qu'on peut écrire aussi 1 000 000 watts.

3,2 mégawatt équivaut donc à $3,2 \times 10^6$ watts, qu'on peut écrire aussi 3 200 000 watts.

2) Convertir 27 nm en mètres.

Le symbole n (pour nano) signifie qu'on multiplie l'unité de base par 10^{-9} .

1 nm équivaut à 10^{-9} mètre. D'où $27 \text{ nm} = 27 \times 10^{-9} \text{ m}$.

3) Convertir 0,0120 L en mL.

Le préfixe m (pour milli) signifie qu'on multiplie l'unité de base par 10^{-3} ou par 0,001.

1 ml équivaut à $10^{-3} \text{ L} = 0,001 \text{ L}$. On a ici $12 \times 0,001 \text{ L}$ donc 12 mL.

Puissances de 10

Écriture décimale

Pour tout entier positif n non nul:

- $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \dots 10}_{n \text{ facteurs}} \times 10 = \underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$
- $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times 10 \dots 10}_{n \text{ facteurs}}} = 0, \underbrace{0 \dots 01}_{n \text{ chiffres après la virgule}}$

Quelques valeurs de puissances de 10:

10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4
0,0001	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1 000	10 000

Opérations et puissances de 10

Quels que soient les nombres entiers relatifs m et n :

$$10^n \times 10^m = 10^{n+m} \qquad \frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m} \qquad (10^n)^m = 10^{n \times m}$$

Exemples:

$$10^5 \times 10^{27} = 10^{5+27} = 10^{32}$$

$$\frac{10^7}{10^{-4}} = 10^{7-(-4)} = 10^{11}$$

$$(10^3)^{-5} = 10^{3 \times (-5)} = 10^{-15}$$

Notation scientifique

Définition :

Un nombre positif est écrit en notation scientifique

lorsqu'il est écrit sous la forme suivante : $a \times 10^m$.

Avec : a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ et m est un nombre entier relatif.

Exemple : $A = \frac{0,3 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-4}}$ → On regroupe les puissances.

$A = \frac{0,3 \times 5}{4} \times \frac{10^{-2} \times 10^{-5}}{10^{-4}}$ → On utilise les règles sur les puissances.

$A = \frac{1,5}{4} \times 10^{-2-5-(-4)}$ → On fait la division.

$A = 0,375 \times 10^{-3}$ → 0,375 n'est pas une écriture scientifique.

$A = 3,75 \times 10^{-1} \times 10^{-3}$ → On finalise le calcul.

$A = 3,75 \times 10^{-4}$ → Le résultat est en notation scientifique.

avec la calculatrice

Vous devez connaître les touches de votre calculatrice.

Les préfixes :

On peut résumer les multiples de l'unité dans un tableau :

Puissance	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1
Préfixe	terra	giga	méga	kilo	hecto	déca
Symbole	T	G	M	k	h	da

Puissance	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
Préfixe	déci	centi	milli	micro	nano	pico
Symbole	d	c	m	μ	n	p

Exemples :

1) Le watt est l'unité qui permet de mesurer la puissance. À quoi correspond 3,2 mégawatt ?

Le préfixe méga signifie qu'on multiplie l'unité de base de la mesure par 10^6 .

1 mégawatt équivaut donc à 10^6 watts, qu'on peut écrire aussi 1 000 000 watts.

3,2 mégawatt équivaut donc à $3,2 \times 10^6$ watts, qu'on peut écrire aussi 3 200 000 watts.

2) Convertir 27 nm en mètres.

Le symbole n (pour nano) signifie qu'on multiplie l'unité de base par 10^{-9} .

1 nm équivaut à 10^{-9} mètre. D'où $27 \text{ nm} = 27 \times 10^{-9} \text{ m}$.