

Distributivité simple ; suppression de parenthèses

Développer :

Définition : Développer c'est transformer un produit en une somme.

Développer à l'aide de la distributivité simple.

Formule : Quels que soient les nombres a, b, k, on a :

$$k (a + b) = k a + k b$$

Exemples :

$A = 4 \times (2x - 1)$	$B = -5(7 - 3x)$
$A = 4 \times 2x - 4 \times 1$	$B = -5 \times 7 + 5 \times 3x$
$A = 8x - 4$	(c'est « + » car « -5 » et « -3x » sont de même signe)
$C = 2(x + 4) + 3x$ attention à la priorité dans les calculs.	$B = -35 + 15x$
$C = 2 \times x + 2 \times 4 + 3x$	$D = 4x(2x - 1)$
$C = 2x + 8 + 3x$	$D = 4x \times 2x - 4x \times 1$
$C = 5x + 8$	$D = 8x^2 - 4x$

Application

Calculer astucieusement :

$$2\,020 \times 99 = 2\,020 \times (100 - 1) = 2\,020 \times 100 - 2\,020 \times 1 = 202\,000 - 2\,020 = 199\,980$$

Suppression de parenthèses

On supprime les parenthèses tout simplement si elles sont précédées d'un signe +, sinon, quand il y a un signe - devant, on doit **changer les signes de tous les termes** entre parenthèses !

Exemples :

$A = -(-x + 3y) + (x - 2y)$	$B = 25 - (2a - 3)$	$C = (5 + x) - (7x - 5)$
$A = +x - 3y + x - 2y$	$B = 25 - 2a + 3$	$C = 5 + x - 7x + 5$

Réduire une expression algébrique

Réduire une somme.

Il s'agit de **regrouper les termes de la même famille**.

On trouve en général, trois types de familles, les x les x^2 et les constantes (les nombres « tous seuls ») mais il en existe bien d'autres.

Exemples :

$A = 5x + 2 - 3x - 6$ On repère les termes de la même famille en n'oubliant pas le signe devant. $A = 5x - 3x + 2 - 6$ On regroupe les termes de la même famille. $A = 2x - 4$ On calcule ensemble les termes de la même famille.	$B = 4x^2 - 3x + 12 + 2x^2 - 9x - 10$ On repère les termes de la même famille en n'oubliant pas le signe devant. $B = 4x^2 + 2x^2 - 3x - 9x + 12 - 10$ On regroupe les termes de la même famille. $B = 6x^2 - 12x + 2$ On calcule ensemble les termes de la même famille.
--	--

Réduire un produit.

On peut toujours multiplier. Il s'agit de déterminer le signe (à l'aide de la **règle des signes**), d'effectuer la multiplication sur les nombres, puis sur les lettres.

Exemples :

$A = 2x \times 7$	$B = 5b \times (-2b)$	$C = -2a \times (-4a)$
$A = 2 \times 7 \times x$	$B = -5 \times 2 \times b \times b$	$C = + 2 \times 4 \times a \times a$
$A = 14 \times x$	$B = -10 \times b^2$	$C = + 8a^2$
$A = 14x$	$B = -10b^2$	$C = 8a^2$

Factoriser

Définition : Factoriser c'est transformer une somme en un produit.

Factoriser à partir d'un facteur commun :

Le facteur commun peut avoir plusieurs formes : un nombre en écriture décimale, en écriture fractionnaire, sous forme d'une lettre ; une expression littérale.

Énoncé

Factorise : $E = 14a - 7b$

Correction

$$E = 14a - 7b$$

$$E = 7 \times 2a - 7 \times b$$

$$E = 7 \times (2a - b)$$

Énoncé

Factorise : $F = -x^2 + 3x$.

Correction

$$F = -x^2 + 3x$$

$$F = (-x) \times x + 3 \times x$$

$$F = x \times (-x + 3) = x(-x + 3)$$

Énoncé

Factorise :

$$D = 9x - 15x^2 + 3x.$$

Correction

$$D = 9xy - 15x^2 + 3x$$

$$D = 3y \times 3x - 5x \times 3x + 1 \times 3x$$

$$D = 3x \times (3y - 5x + 1) = 3x(3y - 5x + 1)$$

■ Énoncé

Factorise :

$$D = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11).$$

Correction

$$D = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11).$$

$$D = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11)$$

$$D = (9x - 4)[(5x + 6) - (3x + 11)]$$

$$D = (9x - 4)[5x + 6 - 3x - 11]$$

$$D = (9x - 4)(2x - 5)$$

Application

$$\begin{aligned} \text{Calculer astucieusement : } & 2\,020 \times 12,5 + 2\,020 \times 7,5 = 2\,020 \times (12,5 + 7,5) \\ & = 2\,020 \times 20 \\ & = 40\,400 \end{aligned}$$

Les équations

Vocabulaire :

Inconnue : C'est une lettre qui cache un nombre cherché : x

Equation : C'est une égalité dans laquelle intervient une inconnue : $10x - 2 = 2x + 3$

Résoudre une équation : C'est chercher et trouver le nombre caché sous l'inconnue.

Solution : C'est le nombre caché sous l'inconnue qui rend vraie l'égalité : ici c'est 0,625.

Vérification :

1er membre : $10x - 2 = 10 \times 0,625 - 2 = 4,25$

2nd membre : $2x + 3 = 2 \times 0,625 + 3 = 4,25$

Donc 0,625 rend vraie l'égalité et c'est donc la solution.

Méthode pour résoudre une équation de la forme $a x + b = c x + d$:

Exemple présenté dans la vidéo : <https://www.youtube.com/watch?v=9Y4mCFQ4F-8>

Résoudre $2x + 6 = 3x + 8$

$$2x - 3x + 6 = 3x - 3x + 8$$

$$-1x + 6 = 8$$

$$-1x + 6 - 6 = 8 - 6$$

$$-1x = 2$$

$$\frac{-1x}{-1} = \frac{2}{-1}$$

$$x = -2$$



Équations-Résolution d'une équation

Définition :

Une **équation** est une égalité dans laquelle un nombre (ou des nombres) est inconnu(s). Ce nombre est souvent désigné par la lettre x .

Exemple : a) $2x + 3 = 5x - 6$ est une équation où l'inconnue est désignée par la lettre x .

b) $2x^2 - 5 = x + 10$ est une équation.

Cette équation a deux membres : $2x^2 - 5$ (membre de gauche) et $x + 10$ (membre de droite).

c) $2x + 3y - 5 = 0$ est une équation à deux inconnues.

Résoudre une équation :

Résoudre une équation signifie trouver, s'il en existe, la (ou les) valeur(s) du nombre inconnu qui rend(ent) l'égalité vraie.

Toute valeur qui rend l'égalité vraie s'appelle une **solution** de l'équation.

Exemple : 3 est-il une solution de l'équation $2x^2 - 5 = x + 10$?

Pour $x = 3$, on calcule séparément $2x^2 - 5$ et $x + 10$:

\swarrow
 \searrow

$2x^2 - 5 = 2 \times 3^2 - 5 = 2 \times 9 - 5 = 13$

$x + 10 = 3 + 10 = 13$

On constate qu'il y a égalité donc 3 est une solution de l'équation $2x^2 - 5 = x + 10$.

On ne change pas une égalité

* si on ajoute ou si on soustrait à ses deux membres un même nombre.

* si on multiplie ou si on divise ses deux membres par un même nombre non nul.

Exemple : Méthode 1

$$2x + 3 = 5x - 6$$

$5 > 2$ donc je choisis de mettre tous les « termes en x » dans le membre de droite.

Attention aux signes.

$$3 + 6 = 5x - 2x$$

Je réduis chaque membre

$$9 = 3x$$

$$\frac{9}{3} = x$$

$$3 = x$$

Méthode 2

$$2x + 3 = 5x - 6$$

$$2x + 3 - 3 = 5x - 6 - 3$$

je soustrais 3 à chaque membre

$$2x = 5x - 9$$

$$2x - 5x = 5x - 9 - 5x$$

je soustrais 5x à chaque membre

$$-3x = -9$$

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-9}{-3}$$

je divise chaque membre par -3

$$x = 3$$