Moyenne pondérée

La moyenne est une caractéristique de position dans l'étude d'une série statistique.

Calculer une moyenne arithmétique simple :

Méthode

Pour calculer la moyenne d'une série de valeurs, il faut :
a) Calculer la somme de toutes les valeurs.
b) Puis diviser par le nombre total de ces valeurs c'est-à-dire par l'effectif total.

Exemple : calculer la moyenne des températures de la semaine du 03/12 au 10/12 à Romillé
lundi : -2°C ; mardi : -1°C ; mercredi : 3°C ; jeudi : 3°C ; vendredi : 1°C ; samedi : 0°C ; dimanche : 6°C

$$\frac{-2+(-1)+3+3+1+0+6}{7} = \frac{10}{7} \approx 1{,}4$$

La moyenne des températures est d'environ 1,4°C.

Calculer une moyenne arithmétique pondérée :

Méthode

Pour calculer la moyenne pondérée d'une série de valeurs, il faut :
a) Calculer les produits de chaque valeur par leur effectif (ou coefficient).
b) Calculer la somme des produits.
c) Puis diviser le résultat par l'effectif total (ou la somme des coefficients).

Exemple 1 : A un concours scientifique, les mathématiques ont un coefficient 5, la physique un coefficient 3 et la géologie un coefficient 2. Carine a eu 11 en mathématiques, 9 en physique et 12 en géologie.
Quelle est sa moyenne pondérée ?

5 + 3 + 2 = 10 La somme des coefficients est 10.
11x5 + 9x3 +12x2 = 106 La somme des produits par le coefficient correspondant est 106

$\frac{106}{10} = 10{,}6$ La moyenne pondérée de Carine est 10,6.

remarque : on peut aussi utilisé un tableau pour s'aider à résumer les données et les calculs.

Notes (N)	11	9	12	Total
Coefficient (c)	5	3	2	10
N $\times$c	55	27	24	106

Exemple 1 : Connaissant le tableau suivant, calculer le nombre moyen de frères et sœurs.

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	5	6	Total
Effectif	72	108	95	110	39	19	7	450

L 'effectif total est 450.
0x72 + 1x108 + 2x95 + 3x110 + 4x39 + 5x19 + 6x7 =921
La somme des produits des nombres de frères et sœurs par leur effectif est 921

$\frac{921}{450} \approx 2{,}05$ Le nombre moyen de frères et sœurs est 2.

Médiane

La médiane est une caractéristique de position.

Définition :

La **médiane** *m* d'une série statistique **ordonnée** est une valeur qui partage le groupe étudié en deux sous-groupes de **même effectif** chacun, tels que :
- tous les éléments du premier groupe ont des valeurs inférieures ou égales à *m* ;
- tous les éléments du deuxième groupe ont des valeurs supérieures ou égales à *m*.

Méthode 1 : l'effectif total de la série est impair :

Il faut vérifier que les valeurs de la série soient rangée dans l'ordre croissant.
La médiane sera une valeur de la série.

Exemple 1 : Voici une série statistique : 5 - 5 - 5 - 10 - 11 - 13 - 13 - 13 - 15
La série comporte 9 valeurs qui sont rangée dans l'ordre croissant.
$9 \div 2 = 4{,}5$; 5 est le nombre entier qui suit 4,5.
La médiane est la 5ème de ces valeurs, à savoir ici, 11. Il y a 4 valeurs inférieures à 11 et 4 valeurs supérieures à 11.

Exemple 2 : Voici une série statistique : 5 - 5 - 5 - 11 - 13 - 13 - 13 - 13 - 15 - 17 – 18
La série comporte 11 valeurs qui sont rangée dans l'ordre croissant.
$11 \div 2 = 5{,}5$; 6 est le nombre entier qui suit 5,5.
La médiane est la 6ème de ces valeurs, à savoir ici, 13. Il y a 5 valeurs inférieures à 13 et 5 valeurs supérieures à 13.

Méthode 2 : l'effectif total de la série est pair :

Il faut vérifier que les valeurs de la série soient rangée dans l'ordre croissant.
La médiane sera comprise entre deux valeurs de la série.

Exemple 3 : Voici une série statistique : 16 - 9 - 11 - 15 - 9 - 12
Il faut ranger les valeurs dans l'ordre croissant : 9 - 9 - 11 - 12 - 15 - 16
La série comporte 6 valeurs qui sont rangée dans l'ordre croissant.
$6 \div 2 = 3$
La médiane est n'importe quel nombre compris entre la 3ème valeur qui est 11 et la 4ème valeur qui est 12,
mais en général on convient de prendre la moyenne de ces deux valeurs.
$\frac{11+12}{2}=11{,}5$ La médiane est 11,5. Il y a 3 valeurs inférieures à 11,5 et 3 valeurs supérieures à 11,5.

Exemple 4 : à l'aide du tableau suivant calculer le nombre médian de livres lus lors de cette enquête statistique.

Nombre de livres lus	0	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	5	28	17	5	22	7	0	6

L'effectif total est 90.
$90 \div 2 = 45$
La médiane est n'importe quel nombre compris entre la 45ème valeur et la 46ème valeur.
5 + 28 = 33 Il y a 33 valeurs inférieures à 2. La 33ème valeur est 1. La 34ème valeur est 2.
33 + 17 = 50 Il y a 50 valeurs inférieures à 3. La 50ème valeur est 2. La 51ème valeur est 3.
Donc la médiane est n'importe quel nombre compris entre la 45ème valeur qui est 2 et la 46ème valeur qui est 2.
Alors la médiane est 2. Il y a 45 valeurs inférieures à 2 et 45 valeurs supérieures à 2.
Il y a autant de personnes qui ont lu moins de 2 livres que de personnes qui ont lu plus de 2 livres.
Remarque : attention à ne pas confondre les effectifs d'une valeur avec les valeurs de la série.

Calcul de probabilités

Calcul d'une probabilité

Lorsque les issues d'une expérience aléatoire ont autant de chance de se réaliser, on calcule la probabilité d'un événement en divisant le nombre d'issues correspondant à cet événement par le nombre total d'issues.

Probabilité d'un événement = $\dfrac{nombre\ \ d'issues\ \ correspondant\ \ à\ \ l'événement}{nombre\ \ total\ \ d'issues}$

Lorsque chaque événement élémentaire a la même chance de se réaliser, on dit qu'il y a équiprobabilité.

Exemple :

on lance un dé cubique équilibré.

Il y a équiprobabilité car P(« obtenir 1 ») = P(« obtenir 2 ») = P(« obtenir 3 ») = $\dfrac{1}{6}$

Les issues, qui réalisent l'événement « obtenir un nombre pair », sont : 2, 4 et 6.
Il y a 3 chances sur 6 d'obtenir un nombre pair.

Probabilité de « obtenir un nombre pair » = $\dfrac{3}{6}$ = $\dfrac{1}{2}$ (= 0,5 = 50 %)

Remarque :

Dans certains exercices, nous pouvons lister les issues ou les chercher en faisant en arbre ou encore en utilisant un tableau.

Attention !

Une probabilité est un nombre positif.

• Une probabilité est un nombre inférieur à 1 car le nombre d'issues favorables à un événement est inférieur ou égal au nombre total d'issues.

• Une probabilité est donc un nombre compris entre 0 et 1

Il peut s'exprimer sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimale ou d'un pourcentage.

PROPRIÉTÉS

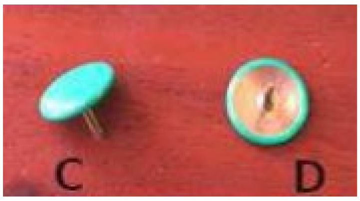
La probabilité d'un événement impossible est 0.
La probabilité d'un événement certain est 1.
La somme des probabilités de deux événements contraires est égale à 1.

<u>Lien entre la fréquence d'une issue et la probabilité</u>

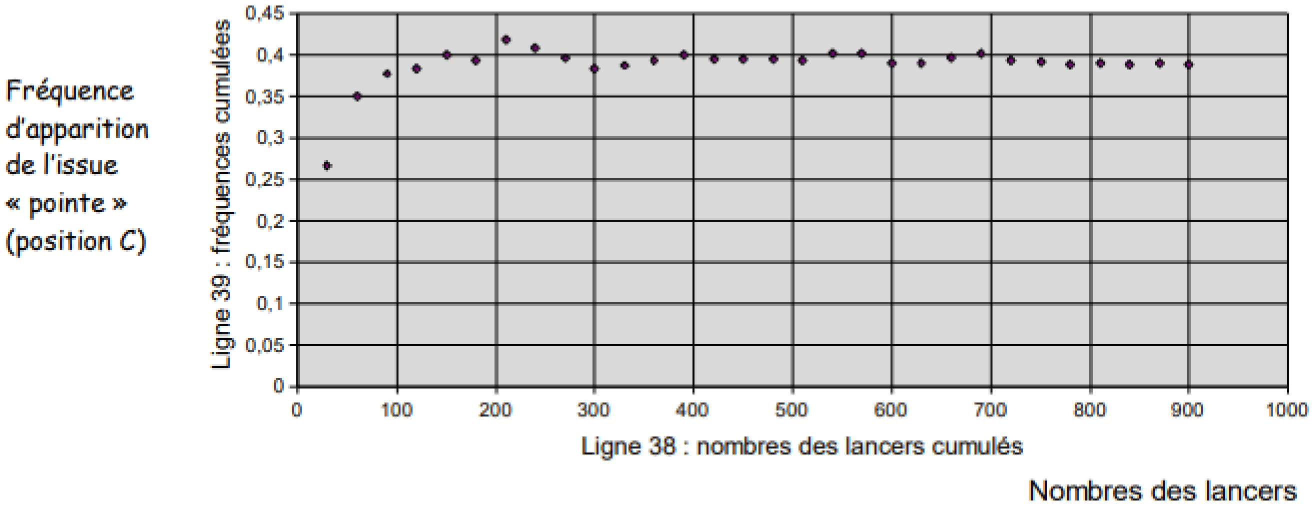
<u>La probabilité d'un événement est proche de la fréquence de réalisation de cet événement lorsqu'on effectue un grand nombre de fois l'expérience.</u>

<u>Remarque :</u>
Ce qui permet quand on ne peut pas faire le calcul d'obtenir une valeur approchée de la probabilité par l'expérimentation.

Exemple :LANCER D'UN PUNAISE
On lance une punaise.



Quelle est la probabilité pour que la punaise tombe sur la « Tête » (position D) ou sur la « Pointe » (position C) ?
On peut ne peut pas simuler le lancer d'une punaise avec un tableur. La seule possibilité est de faire l'expérience manuellement.
Voici la représentation graphique donnant la fréquence d'apparition de l'issue « pointe » (position c) en fonction du nombre de lancers.



Nous pouvons compléter un tableau comme ci-dessous :

Nombre de lancers	100	200	300	400	500	600	700	800	900
Fréquences d'apparition de « pointe »	≈0,37	≈0,42	≈0,38	≈0,4	≈0,4	≈0,39	≈0,4	≈0,39	≈0,39
Nombre de fois où apparaît « pointe »	37	84	114	160	200	234	280	312	351

Au fur et à mesure que le nombre de lancers augmente on observe que la fréquence d'apparition de l'issue « pointe » (position C) tend à se stabiliser vers 0,40. C'est cette valeur qu'on prendra comme probabilité de l'issue « pointe ».
Conclusion : P(Pointe)=0,4 et P(Tête)=0,6.