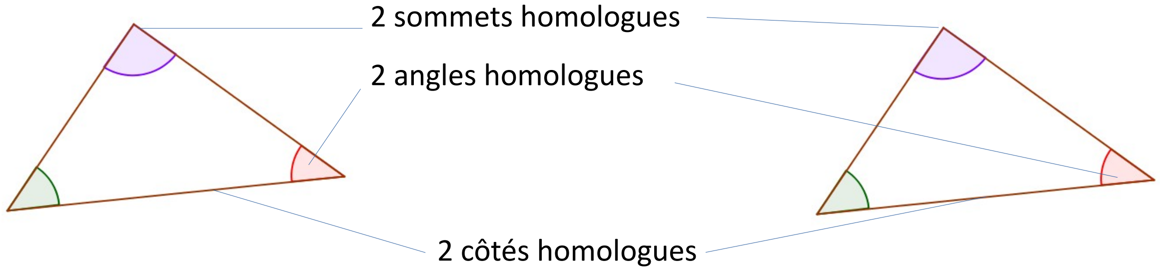
Triangles égaux

CAS D'ÉGALITÉ DES TRIANGLES

Des triangles égaux sont des triangles superposables, c'est-à-dire qui ont des côtés 2 à 2 de même longueur et des angles 2 à 2 de même mesure.

Lorsque deux triangles sont égaux, deux angles superposables sont dits angles homologues ainsi que leurs sommets, deux côtés superposables sont dits côtés homologues.



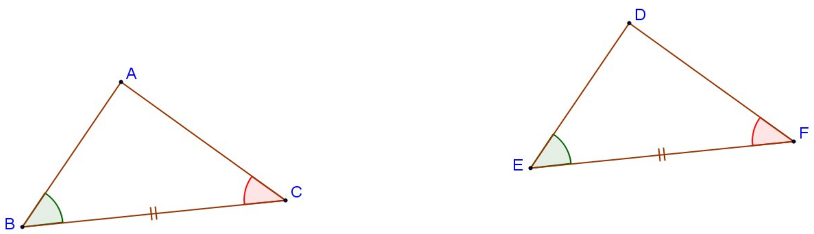
Remarque : Si deux triangles sont égaux, alors ils sont semblables.

En revanche, deux triangles semblables ne sont pas forcément égaux.

Premier cas d'égalité

Si deux triangles ont un côté de même longueur et des angles adjacents à ce côté deux à deux de même mesure, alors ces deux triangles sont égaux.

Exemple



On sait que : - $BC = EF$ - $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ - $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$

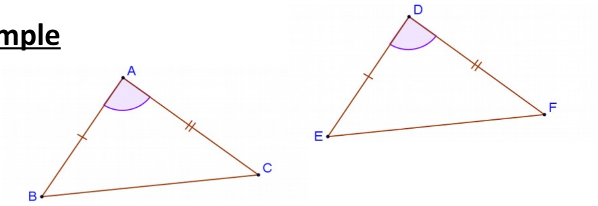
Or, si deux triangles ont un côté de même longueur et des angles adjacents à ce côté deux à deux de même mesure, alors ces deux triangles sont égaux.

Donc les triangles ABC et DEF sont égaux.

Deuxième cas d'égalité

Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre des côtés deux à deux de même longueur, alors ces deux triangles sont égaux.

Exemple



On sait que : - $\widehat{BAC}$ = $\widehat{EDF}$ - $AB = DE$ - $AC = DF$

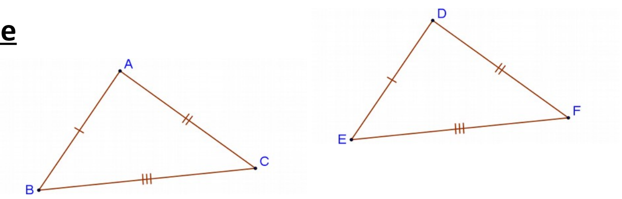
Or, si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre des côtés deux à deux de même longueur, alors ces deux triangles sont égaux.

Donc, les triangles ABC et DEF sont égaux.

Troisième cas d'égalité

Si deux triangles ont leurs côtés deux à deux de même longueur, alors ces deux triangles sont égaux.

Exemple



On sait que : - $AB = DE$ - $AC = DF$ - $BC = EF$

Or, si deux triangles ont leurs côtés deux à deux de même longueur, alors ces deux triangles sont égaux.

Donc, les triangles ABC et DEF sont égaux.

Le théorème de Thalès

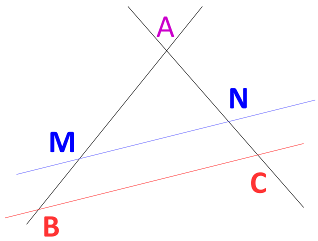
Proportionnalité des longueurs dans le triangle :

Théorème

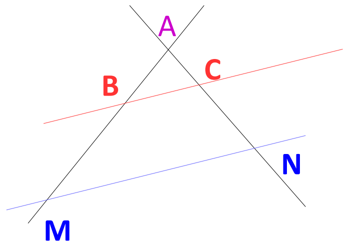
Si, les droites (BM) et (CN) se coupent en A et les droites **(MN) et (BC) sont parallèles**
alors les longueurs côtés correspondants des triangles ABC et AMN sont proportionnelles.

C'est-à-dire $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

schéma :



ou



Remarques :

* Lorsque ce théorème s'applique, le tableau suivant est un tableau de proportionnalité.

Longueurs des côtés du triangle ABC (Grand triangle)	AB	AC	BC
Longueurs des côtés du triangle AMN (Petit triangle)	AM	AN	MN

A, M et B sont alignés A, N et C sont alignés

* $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ est égal au coefficient de proportionnalité.
C'est le nombre par lequel il faut multiplier les longueurs de ABC pour obtenir les longueurs AMN.

* Les triangles ABC et AMN sont des triangles semblables.

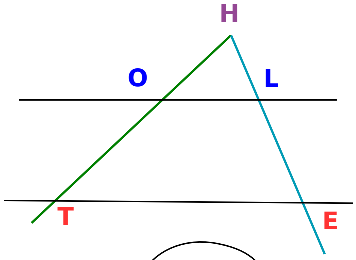
Utilisation du théorème de Thalès :

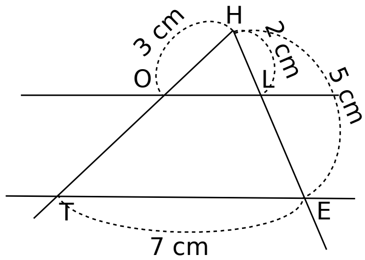
Exemple 1 : Sur la figure suivante, les droites (OL) et (TE) sont parallèles. (OT) et (LE) sont sécantes en H.
On donne HE = 5 cm, HL = 2 cm, TE = 7 cm et HO = 3 cm.
Calcule les longueurs HT et OL.

Voici une rédaction possible :

Dans le triangle HTE : **O** ∈ [HT], **L** ∈ [HE] et (OL) // (TE).

D'après le théorème de Thalès :





$$\frac{HO}{HT} = \frac{HL}{HE} = \frac{OL}{TE}$$

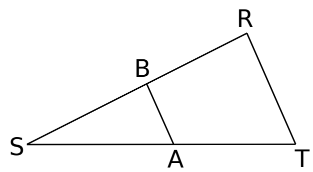
soit $\frac{3}{HT} = \frac{2}{5} = \frac{OL}{7}$

- Alors , 2 × **HT** = 3 × 5 soit **HT** $= 3 \times \frac{5}{2} = 7{,}5$ donc **HT** = 7,5 cm.
- Alors, 5 × **OL** = 2 × 7 soit **OL** $= 2 \times \frac{7}{5} = 2{,}8$ donc **OL** = 2,8 cm.

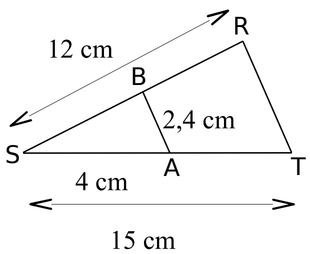
Exemple 2 : Sur la figure ci-contre, les droites (AB) et (TR) sont parallèles.
On donne SA = 4 cm ; ST = 15 cm ; AB = 2,4 cm et SR = 12 cm.

a. Reporte les données sur un croquis.

b. Calcule SB et RT.



Voici une rédaction possible :



Les droites (AT) et (BR) sont sécantes en S et (AB)//(TR).

D'après le théorème de Thalès :

Longueurs des côtés du triangle SBC (Petit triangle)	SA = 4	SB	AB = 2,4
Longueurs des côtés du triangle SRT (Grand triangle)	ST = 15	SR = 12	RT

- Alors $SB = \frac{4 \times 12}{15} = 3{,}2$ donc SB = 3,2 cm.
- Alors $RT = \frac{2{,}4 \times 15}{4} = 9$ donc RT = 9 cm.