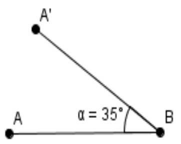
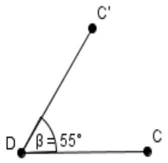
ANGLES COMPLEMENTAIRES – SUPPLEMENTAIRES – OPPOSES PAR LE SOMMET

ANGLES COMPLEMENTAIRES, SUPPLEMENTAIRES

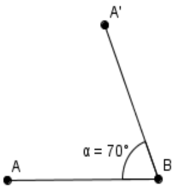
On dit que deux angles sont complémentaires lorsque leur somme est égale à 90°.

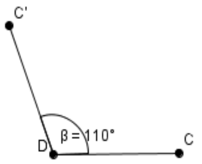




Les deux angles $\widehat{ABA'}$ et $\widehat{CDC'}$ sont complémentaires car $35° + 55° = 90°$

On dit que deux angles sont supplémentaires lorsque leur somme est égale à 180°.

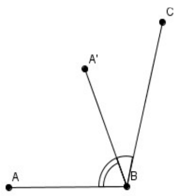




Les deux angles $\widehat{ABA'}$ et $\widehat{CDC'}$ sont supplémentaires car $70° + 110° = 180°$

On dit que deux angles sont adjacents lorsque:

- ils ont le même sommet;
- ils ont un côté commun;
- ils sont situés de part et d'autre de ce côté commun.

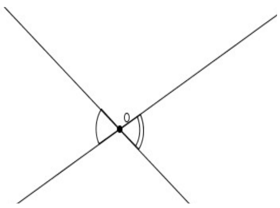


Les angles $\widehat{ABA'}$ et $\widehat{A'BC}$ sont adjacents.

ANGLES OPPOSES PAR LE SOMMET

On dit que deux angles sont opposés par le sommet lorsque:

- ils ont le même sommet;
- leurs côtés sont dans le prolongement les uns des autres.



Les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{x'Oy'}$ sont opposés par le sommet.

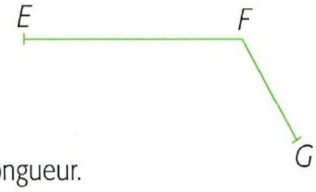
Propriété

Deux angles opposés par le sommet sont de même mesure. $\widehat{xOy} = \widehat{x'Oy'}$

PARALLÉLOGRAMMES

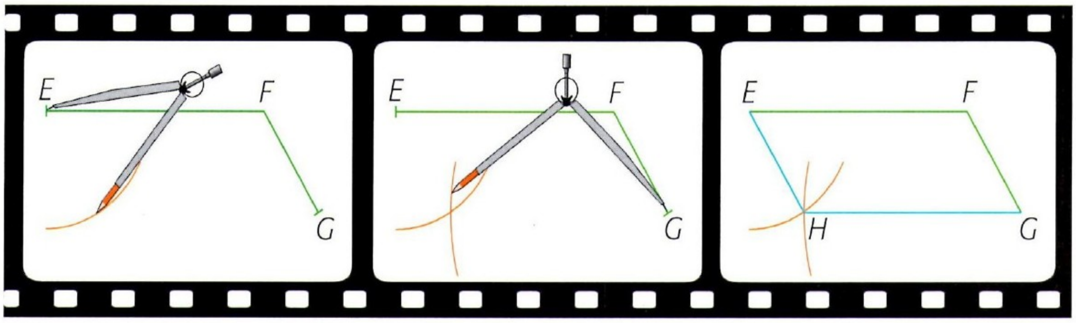
CONSTRUCTION D'UN PARALLÉLOGRAMME

Méthode 1 : Les points *E*, *F* et *G* sont trois sommets d'un parallélogramme *EFGH*. Comment construire le point *H* ?



Réponse :

EFGH est un parallélogramme, donc ses côtés opposés ont la même longueur.

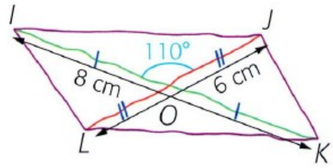


1. On reporte avec le compas la longueur *FG* à partir du point *E*.
2. On reporte avec le compas la longueur *EF* à partir du point *G*.
3. On place le point *H* à l'intersection des deux arcs de cercle.

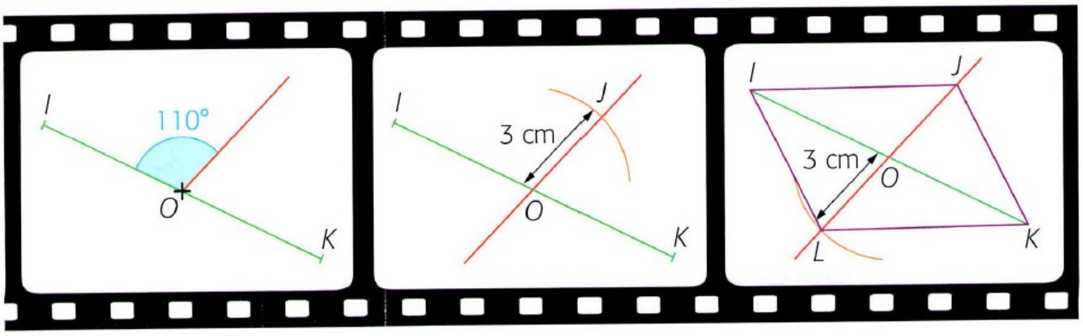
Méthode 2 :

Comment construire un parallélogramme *IJKL* de centre *O* tel que : *IK* = 8 cm ; *JL* = 6 cm et $\widehat{IOJ}$ = 110° ?

Réponse :



1. On commence par réaliser une figure à main levée en indiquant les données de l'énoncé.
IJKL est un parallélogramme, donc ses diagonales se coupent en leur milieu qui est le point *O*.
Donc *OI* = *OK* = 4 cm et *OJ* = *OL* = 3 cm.

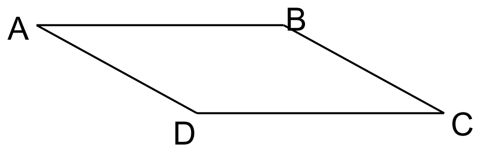


2. On trace la diagonale [*IK*] et on place son milieu *O*.
Puis, à l'aide du rapporteur, on trace un angle de côté [*IO*], de sommet *O* et qui mesure 110°.
3. On reporte 3 cm avec le compas à partir du point *O*. On place le point *J*.
Puis on trace la droite (*OJ*).
4. On reporte 3 cm avec le compas à partir du point *O*.
Puis on trace le parallélogramme *IJKL*.

RECONNAÎTRE UN PARALLÉLOGRAMME

Définition

Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés sont parallèles 2 à 2.

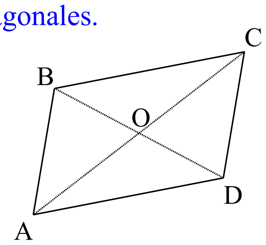


Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme ; les côtés [AB] et [CD] sont parallèles, tout comme les côtés [AD] et [BC].

Centre de symétrie d'un parallélogramme

Propriété

Un parallélogramme a un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

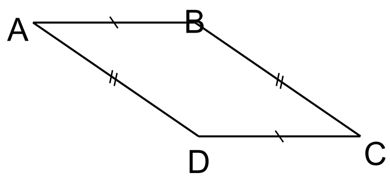


On dit que ABCD est un parallélogramme de centre O.
Par la symétrie de centre O :
C est le symétrique de A ; D est le symétrique de B
[CD] est le symétrique de [AB] ; [AD] est le symétrique de [BC].

UTILISER LES PROPRIÉTÉS D'UN PARALLÉLOGRAMME

Propriété relative à la longueur de ses côtés

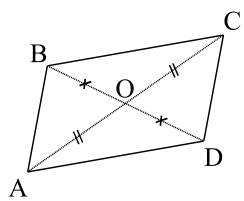
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses côtés opposés ont la même longueur.



Les segments [AB] et [CD] sont symétriques par rapport à O ;
or le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.
Donc CD=AB, tout comme AD=BC.

Propriété relative aux diagonales

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu.

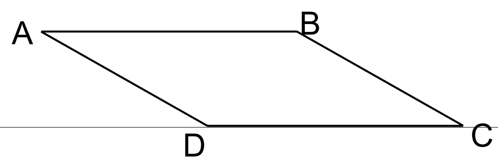


Les points A et B sont les symétriques respectifs de C et D par rapport à O ;
or dire que deux points sont symétriques par rapport à O revient à dire que O est le milieu du segment formé par ces deux points.
Donc O est le milieu de [AC] et aussi celui de [BD].

Propriétés relatives aux angles

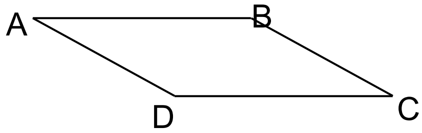
Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles opposés ont la même mesure.

Le symétrique de l'angle $\widehat{BAD}$ par rapport au point O est l'angle $\widehat{DCB}$; ils sont donc de même mesure.



Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ses angles consécutifs sont supplémentaires c'est à dire que la somme de ses angles consécutifs est égale à 180°.

$\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ sont supplémentaires.



DÉMONTRER QU'UN QUADRILATÈRE EST UN PARALLÉLOGRAMME

Pour cela on utilise les réciproques des propriétés énoncées ci-dessus :

En utilisant la longueur de ses côtés

Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de la même longueur alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

En utilisant les diagonales

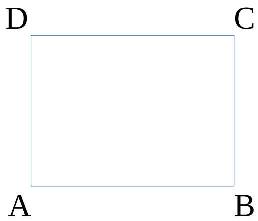
Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

PARALLÉLOGRAMMES PARTICULIERS

RECONNAÎTRE UN PARALLÉLOGRAMME PARTICULIER PAR SA DÉFINITION

Le rectangle

Un rectangle est un quadrilatère qui a tous ses angles droits.

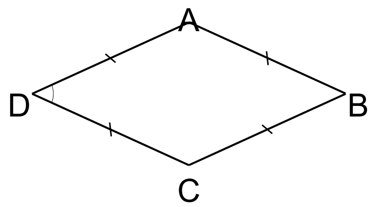


Ses côtés opposés sont donc parallèles 2 à 2 : c'est un parallélogramme particulier.

Le losange

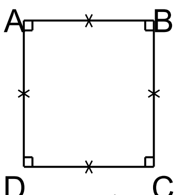
Un losange est un quadrilatère qui a tous ses côtés de même longueur.

Ses côtés sont donc de même longueur 2 à 2 : c'est un parallélogramme particulier.



Le carré

Un carré est un quadrilatère qui a ses 4 côtés de même longueur et ses 4 angles droits.



C'est à la fois un rectangle et un losange : c'est un parallélogramme particulier.

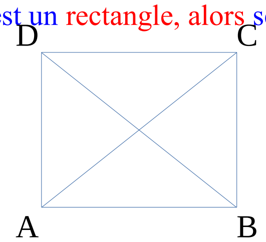
UTILISER LES PROPRIÉTÉS DES PARALLÉLOGRAMMES PARTICULIERS

Le rectangle, le losange et le carré sont des parallélogrammes particuliers ; ils en ont donc les propriétés :

- ils ont un centre de symétrie : le point d'intersection des diagonales ;
- leurs côtés opposés sont de la même longueur 2 à 2 ;
- leurs diagonales se coupent en leur milieu.

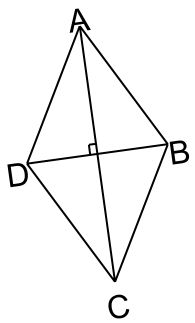
Le rectangle

Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales sont de même longueur.



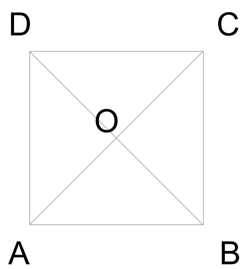
Le losange

Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.



Le carré

Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales sont de même longueur et sont perpendiculaires.



DÉTERMINER LA NATURE D'UN PARALLÉLOGRAMME PARTICULIER

Le rectangle

Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.

Si un parallélogramme a des diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

Le losange

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.

Le carré

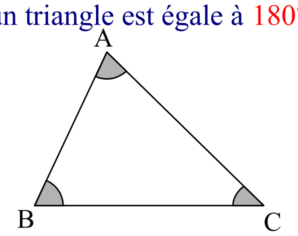
Si un parallélogramme a un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un carré.

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré.

TRIANGLES : Somme des angles – Inégalité triangulaire

SOMME DES ANGLES D'UN TRIANGLE

La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.

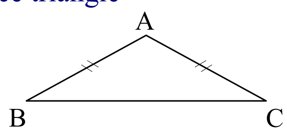


$$\widehat{A}+\widehat{B}+\widehat{C}=180^{\circ}$$

Le cas du triangle isocèle

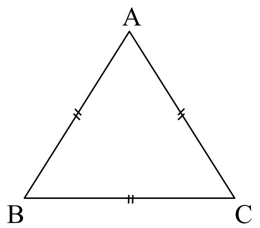
- Si un triangle est isocèle, alors ses deux angles à la base sont de même mesure.
- Si, dans un triangle, deux angles sont de même mesure, alors ce triangle est isocèle.

ABC est isocèle en A donc $\widehat{ACB} = \widehat{ABC}$



Le cas du triangle équilatéral

- Si un triangle est équilatéral, alors tous ses angles mesurent 60°.
- Si, dans un triangle, les trois angles mesurent 60°, alors ce triangle est équilatéral.

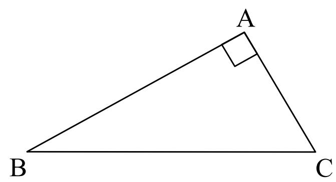


ABC est équilatéral donc $\widehat{ABC}=\widehat{ACB}=\widehat{BAC}$

Le cas du triangle rectangle

- Si un triangle est rectangle, alors la somme des mesures de ses deux angles aigus est égale à 90°
- Si, dans un triangle, la somme des mesures de deux angles est égale à 90°, alors ce triangle est rectangle.

ABC est rectangle en A donc $\widehat{B}+\widehat{C}=90^{\circ}$



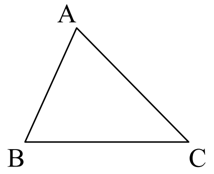
INÉGALITÉ TRIANGULAIRE

Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des deux autres côtés.

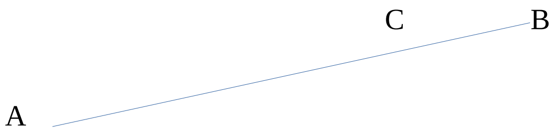
Dans le triangle ABC : AB< AC + BC

AC< AB + BC

BC< AB + AC



Si un point C appartient au segment [AB], alors AB = AC + CB.



Trois nombres étant donnés, si le plus grand est inférieur à la somme des deux autres, alors on peut tracer un triangle dont les côtés ont pour longueur ces trois nombres.

Exemple

On peut tracer un triangle de côtés 4 cm, 3 cm et 6 cm car 6 < 4 + 3.

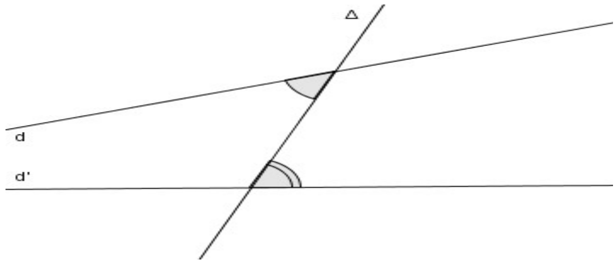
On ne peut pas tracer un triangle de côtés 2 cm, 3 cm et 6 cm car 6 > 2 + 3.

Si AB = AC + CB, alors le point C appartient au segment [AB].

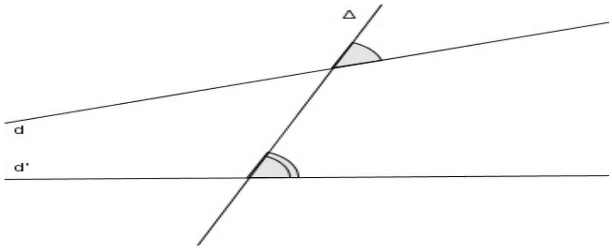
ANGLES ET PARALLÉLISME

Si deux droites d et d' sont coupées par une sécante Δ:

Deux angles alternes-internes sont deux angles (non adjacents) situés de part et d'autre de la droite Δ et entre les droites d et d'.



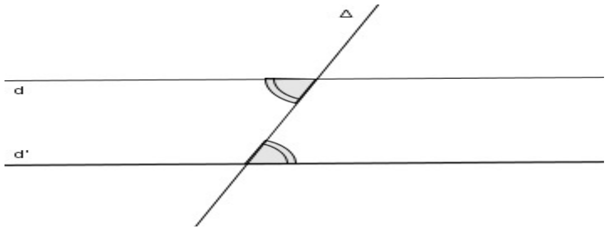
Deux angles correspondants sont deux angles (non adjacents) situés d'un même côté de la droite Δ, l'un entre les droites d et d' et l'autre non.



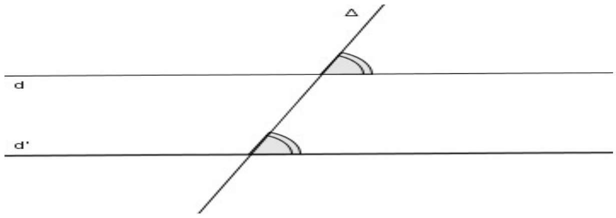
Angles formes par deux parallèles et une sécante

Si deux droites parallèles d et d' sont coupées par une sécante Δ, alors :

les angles alternes-internes qu'elles déterminent sont de même mesure.



les angles correspondants qu'elles déterminent sont de même mesure.



Reconnaissance de deux droites parallèles

Si deux droites d et d' sont coupées par une sécante Δ en formant :

des angles alternes-internes de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles .

des angles correspondants de même mesure, alors ces deux droites sont parallèles .