Ordre de grandeur

Avant d'effectuer un calcul (mental, à la main ou à la machine), il est utile de connaître un ORDRE DE GRANDEUR du résultat.

Un ordre de grandeur permet de :

• se faire une idée du résultat avant d'effectuer un calcul.

• ou de contrôler la vraisemblance d'un résultat après avoir effectué un calcul.

Méthode :

Pour obtenir l'ordre de grandeur d'un nombre, on le remplace par un entier proche.

Exemples :

❖ Un ordre de grandeur de 478,5 est 500.

❖ On cherche un ordre de grandeur de 10,7 + 2,85.

10,7 est proche de 10 et 2,85 est proche de 3

Donc 10,7 + 2,85 est proche de 10 + 3, c'est-à-dire de 13.

En mathématiques, on note cela $10{,}7 + 2{,}85 \approx 13$.

$\approx$ signifie « est environ égal à »

Additions, soustractions et multiplications

Vocabulaire et propriété.

Définitions : Le résultat d'une addition est appelé SOMME.

Le résultat d'une soustraction est appelé DIFFERENCE.

Les nombres qui figurent de chaque côté du signe sont appelés les TERMES.

Exemples :

❖ Opérations en ligne :

10,7 + 2,85 = 13,55

termes somme

145,6 – 78 = 67,6

termes différence

❖ Opérations en colonnes :

Attention ! On écrit les chiffres en colonnes avec **les unités sous les unités**.

Propriété : Dans une addition, on peut modifier l'ordre des termes et les regrouper sans changer le résultat.

Exemple :

A = 14,7 + 35 + 4,3 + 65 On réfléchit avant de calculer !

A = 14,7 + 4,3 + 35 + 65

A = 19 + 100

A = 119

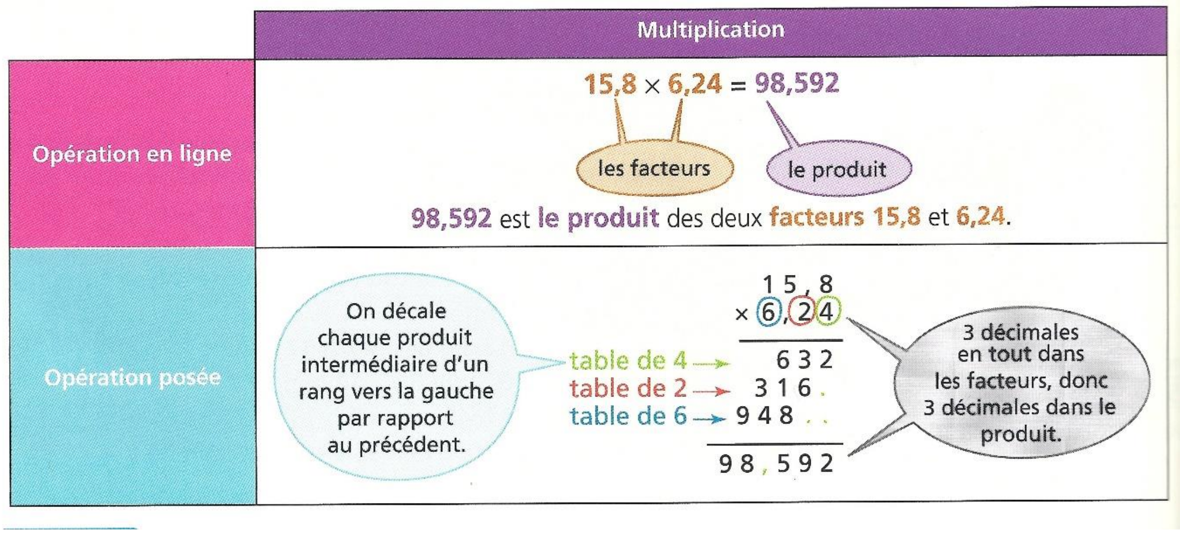
Remarque : Cette propriété n'est pas vraie pour la soustraction : $4{,}2 - 1 \neq 1 - 4{,}2$

Vocabulaire et propriété.

Définitions : Le résultat d'une multiplication est appelé PRODUIT.

Les nombres qui figurent de chaque côté du signe sont appelés les facteurs.

Exemples :



Multiplier (et diviser) par 10 ; 100 ; 1000.

Propriété : Lorsqu'on multiplie un nombre décimal par 10, 100, 1 000, cela revient à décaler ses chiffres de 1, 2 ou 3 crans vers la gauche.

Exemples :

5,24 × 10 = 52,4 0,4 × 1 000 = 400 35 × 100 = 3 500

Remarque : Lorsqu'on divise un nombre décimal par 10, 100, 1 000, cela revient à décaler ses chiffres de 1, 2 ou 3 crans vers la droite.

Exemples :

15,24 : 10 = 1,524 3,7 : 100 = 0,037 8 : 1000 = 0,008

Priorités opératoires : enchaîner des opérations

Calcul d'une expression sans parenthèses.

Propriété : Dans une expression numérique sans parenthèses, **la multiplication** (ou **la division**) **est prioritaire** sur l'addition et la soustraction.

Remarque : cela signifie que l'on doit effectuer les multiplications AVANT d'effectuer les additions et les soustractions.

Exemple : Calculer l'expression A = 4 + 3 × 2.
Puisque la multiplication est prioritaire sur l'addition, on commence par calculer 3 × 2.

A = 4 + 3 × 2

Calcul d'une expression avec parenthèses.

Propriété : Dans une expression numérique avec parenthèses, on commence par effectuer les opérations **entre parenthèses**.

Exemple : Calculer l'expression B = (4 + 3) × 2.
Puisque les opérations entre parenthèses sont prioritaires, on commence par calculer 4 + 3.

B = (4 + 3) × 2

Division euclidienne

La division euclidienne.

Définition Effectuer **la division euclidienne** de 42 par 8, c'est trouver deux nombres **entiers,** le quotient et le reste, qui vérifient :

$\underbrace{42}_{\text{dividende}} = \underbrace{8}_{\text{diviseur}} \times \underbrace{5}_{\text{quotient}} + \underbrace{2}_{\text{reste}}$ avec le reste qui doit être **inférieur** au diviseur.

$$\begin{array}{r|l} 42 & 8 \\ \cline{2-2} -40 & 5 \\ \cline{1-1} 2 & \end{array}$$

Remarque

Quand on effectue la division euclidienne de 42 par 6, il reste 0.
On dit alors que :

- 42 est **divisible** par 6.
- 42 est un **multiple** de 6.
- ou que 6 est un **diviseur** de 42.
- 42 est dans la table de 6.

$$\begin{array}{r|l} 42 & 6 \\ \cline{2-2} -42 & 7 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

↳ En pratique, la division euclidienne est utile dans les problèmes de conversions et de partages.

Les critères de divisibilité.

Un critère de divisibilité est un moyen de savoir si un nombre est divisible par un autre nombre sans avoir à poser la division.

Propriétés, les critères de divisibilité :

- Un nombre entier **est divisible par 2** s'il est pair (il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8).

Exemples : ☞ 86 est divisible par 2 car il se termine par le chiffre 6 qui est pair.

☞ 2 021 n'est pas divisible par 2 car il se termine par le chiffre 1 qui est impair.

- Un nombre entier **est divisible par 5** si son chiffre des unités est 0 ou 5.

Exemples : ☞ 75 est divisible par 5 car il se termine par le chiffre 5.

☞ 2 021 n’est pas divisible par 5 car il ne se termine ni par 0, ni par 5.

- Un nombre entier **est divisible par 10** si son chiffre des unités est 0.

Exemples : ☞ 120 est divisible par 10 car il se termine par le chiffre 0.

☞ 2 021 n’est pas divisible par 10 car il ne se termine pas par le chiffre 0.

- Un nombre entier **est divisible par 4** si le nombre composé de son chiffre des dizaines et de son chiffre des unités est dans la table de 4.

Exemples :

☞ 524 est divisible par 4 car le nombre composé de son chiffre des dizaines et de son chiffre des unités est 24, et 24 est dans la table de 4 ($4 \times 6 = 24$).

☞ 2 021 n’est pas divisible par 4 car le nombre composé de son chiffre des dizaines et de son chiffre des unités est 21, et 21 n’est pas dans la table de 4 ($4 \times 5 = 20$ et $4 \times 6 = 24$).

- Un nombre entier **est divisible par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

Exemples :

☞ 147 est divisible par 3 car la somme de ses chiffres est $1 + 4 + 7 = 12$, et 12 est dans la table de 3 ($12 = 3 \times 4$). *On pouvait aussi recommencer avec 12 : $1 + 2 = 3$.*

☞ 2 021 n’est pas divisible par 3 car la somme de ses chiffres est $2 + 0 + 2 + 1 = 5$, et 5 n’est pas dans la table de 3.

- Un nombre entier **est divisible par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Exemples :

☞ 684 est divisible par 9 car la somme de ses chiffres est $6 + 8 + 4 = 18$, et 18 est dans la table de 9 ($18 = 9 \times 2$). *On pouvait aussi recommencer avec 18 : $1 + 8 = 9$.*

☞ 29 n’est pas divisible par 9 car la somme de ses chiffres est $2 + 9 = 11$, et 11 n’est pas dans la table de 9.

Remarque : Quand un nombre est divisible par 9 alors il est aussi divisible par 3 (le contraire est faux car 21 est divisible par 3 mais pas par 9).

La division décimale

Définition Effectuer la division décimale d'un dividende par un diviseur (différent de 0), c'est chercher le quotient tel que dividende = quotient × diviseur.

Méthode 1 Diviser quand le quotient est un nombre décimal

Énoncé Effectuer la division décimale de 65,4 par 8.

Solution

```
  65,4  | 8
- 64    |--------
   14   | 8,175
  - 8   |
    60  |
  - 56  |
     40 |
   - 40 |
      0 |
```

Quand on arrive à la partie décimale du dividende, on met une virgule au quotient.

Le reste est égal à 0. On s'arrête.

On peut écrire 65,4 : 8 = 8,175.
On a aussi 65,4 = 8 × 8,175.

Méthode 2 Diviser quand le quotient n'est pas un nombre décimal

Énoncé Effectuer la division décimale de 52,6 par 3.

Solution

```
  52,6    | 3
- 3       |--------
  22      | 17,533
- 21      |
   16     |
 - 15     |
    10    |
   - 9    |
     10   |
    - 9   |
      1   |
```

Le reste est toujours égal à 1. La division ne s'arrêtera pas.

On donne alors une valeur approchée du quotient, par exemple 17,53. On peut écrire 52,6 : 3 ≈ 17,53.

Cas particulier : Dans des cas simples, il est inutile de poser la division.

C'est le cas pour la division par 10, 100, 1 000 … etc.

On rappelle que quand on divise un nombre par 10, chacun de ses chiffres devient 10 fois plus petit : le chiffre des unités devient le chiffre des dixièmes, le chiffre des dixièmes devient le chiffre des centièmes, le chiffre des centièmes devient le chiffre des millièmes, …etc.

Exemples :

17,5 : 10 = 1,75 5 110 : 1 000 = 5,11 3,14 : 100 = 0,0314.

Fraction d'un nombre

Propriété.

Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier cette fraction par cette quantité.

Exemple :

Dans une classe, $\frac{5}{8}$ des 24 élèves sont des filles.

Cette phrase signifie que pour 8 élèves de la classe, 5 sont des filles.

Le nombre de filles dans cette classe est égale à $\frac{5}{8} \times 24$.

Méthode : Pour calculer $\frac{5}{8} \times 24$, on peut utiliser trois méthodes :

1ère méthode : $\frac{5}{8} \times 24 = (5 \times 24) : 8 = 120 : 8 = 15$ On multiplie 5 par 24 et on divise le résultat par 8.

2ème méthode : $\frac{5}{8} \times 24 = (5 : 8) \times 24 = 0{,}625 \times 24 = 15$ On divise 5 par 8 et on multiplie le résultat par 24.

3ème méthode : $\frac{5}{8} \times 24 = (24 : 8) \times 5 = 3 \times 5 = 15$ On divise 24 par 8 et on multiplie le résultat par 5.

Le nombre de filles dans cette classe est donc égale à 15.

La 3ème méthode permet de faire des calculs plus simples.

Il faut donc réfléchir avant de se lancer dans les calculs !