

La proportionnalité

Reconnaître une situation de proportionnalité

Dans un tableau de nombres à deux lignes, on reconnaît une **situation de proportionnalité** lorsque les nombres de la deuxième ligne s'obtiennent en multipliant ceux de la première par un **même nombre**. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemple :

21	3	9	12
14	2	6	8

$$\frac{14}{21} = \frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$

C'est un tableau de proportionnalité ;

14	35	70	63
6	15	29	27

$$\frac{15}{35} = \frac{30}{70} \neq \frac{29}{70}$$

Ce n'est pas un tableau de proportionnalité

Comment compléter un tableau de proportionnalité

Exercice : Voici les proportions pour préparer une boisson aux fruits :
dans un litre d'eau, presser 6 citrons et 18 oranges.

Méthode 1 : chercher un coefficient de proportionnalité (ou passage par l'unité)

a) Pour trouver le nombre d'oranges nécessaires si l'on dispose de 7 citrons, complète le tableau :

×3	↪	Nombre de citrons	6	7	
		Nombre d'oranges	18	21	

b) Pour trouver le nombre de citrons nécessaires si l'on dispose de 48 oranges, complète le tableau :

÷3	↶	Nombre de citrons	6	16
		Nombre d'oranges	18	48

Le coefficient de proportionnalité est 3.

Méthode 2 : multiplier ou diviser une colonne par un nombre

c) Pour trouver le nombre de citrons nécessaires si l'on dispose de 6 oranges, complète le tableau :

Nombre de citrons	6	2
Nombre d'oranges	18	6

↶
÷5

d) Pour trouver le nombre d'oranges nécessaires si l'on dispose de 30 citrons, complète le tableau :

Nombre de citrons	6	30
Nombre d'oranges	18	90

↷
×5

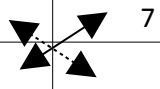
Méthode 3 : additionner deux colonnes

e) Pour trouver le nombre d'oranges nécessaires si l'on dispose de 37 citrons, complète le tableau :

Nombre de citrons	6	7	+	30	=	37
Nombre d'oranges	18	21	+	90	=	111

Méthode 4 : utiliser « le produit en croix » ou chercher la quatrième proportionnelle

f) Pour trouver le nombre d'orange nécessaires si l'on dispose de 7 citrons, complète le tableau :

Nombre de citrons	6		7
Nombre d'oranges	18		

$$6 \times \dots = 18 \times 7$$
$$\dots = \frac{18 \times 7}{6} = 21$$

Exemple : Compléter ce tableau en utilisant les méthodes les plus astucieuses.

$36=9 \times 4$	$63=9 \times 7$	54	$81=9 \times 9$	$135=54+81$	$54 \div 6=9$
$28=7 \times 4$	$49=7 \times 7$	42	$63=7 \times 9$	$105=42+63$	$42 \div 6=7$

Échelle

Une carte à l'échelle $\frac{1}{\dots}$ signifie que 1 cm sur la carte représente cm dans la réalité.

Remarque : **attention à bien vérifier les unités.**

Exemple : sur une carte de France d'échelle $\frac{1}{5\,000\,000}$, la distance entre Romillé et Saint-Rome-de-Dolan est d'environ 11,7 cm. Calculer une valeur approchée de cette distance dans la réalité.

Dessin (cm)	1	11,7	Donc la distance entre Romillé et Saint-Rome-de-Dolan est d'environ 58 500 000 cm, soit environ 585 km.
Réalité (cm)	5 000 000	58 500 000	

Vitesse

savoir changer d'écriture les temps (faire attention aux unités)

$$0,5 \text{ h} = 30 \text{ min} (= \frac{1}{2} \text{ min}) \quad 0,25 \text{ h} = 15 \text{ min} (= \frac{1}{4} \text{ min}) \quad 0,3 \text{ h} = 18 \text{ min} (= \frac{3}{10} = \frac{18}{60})$$

trois calculs différents :

Un patineur parcourt 3 840 m en 8 min 32 s soit $(8 \times 60 + 32) \text{ s} = 512 \text{ s}$

a) Quelle est sa vitesse moyenne en m/s puis en km/h ?

Distance(m)	3 840	$3840 \div 512 = 7,5$	$7,5 \times 3600 = 27\,000$	Sa vitesse moyenne est de 7,5 m/s ou 27 km/h car 1 h = 3 600 s et 27 000 m = 27 km
Temps(s)	512	1	3600	

b) Quelle distance parcourt-il en 10 min ?

Distance(m)	3 840	$3840 \times 600 \div 512 = 4\,500$	En 10 min = 600s, il parcourt 4 500 m = 4,5 km.
Temps(s)	512	$600 = 60 \times 10$	

c) Quel temps lui faut-il pour parcourir 2 790 m ?

Distance(m)	3 840	2 790	Pour parcourir 2 790 m, il lui faut 372 s = 6 min 12s ($372 = 360 + 12 = 6 \times 60 + 12$)
Temps(s)	512	$2\,790 \times 512 \div 3\,840 = 372$	

Pourcentage

1) savoir appliquer un pourcentage

Un gâteau de 180 g contient 12% de beurre. Quelle masse de beurre contient-il ?

$$12\% = \frac{12}{100} = 0,12 \quad 12\% \text{ de } 180\text{g, c'est } \frac{12}{100} \times 180 = \frac{12 \times 180}{100} = \frac{2160}{100} = 21,6. \text{ Il contient } 21,6 \text{ g de beurre.}$$

2) savoir calculer un pourcentage

Sachant qu'il y a 180 élèves parmi les 1500 élèves qui étudient l'italien dans un collège, quel est le pourcentage d'élèves qui étudient l'italien par rapport au total des élèves ?

Élèves en italien	180	$180 \times 100 \div 1\,500 = 12$	Il y a 12 % des élèves du collège qui étudient l'italien.
élèves du collège	1 500	100	

3) savoir appliquer une réduction ou une augmentation

Un billet d'avion de 180 € augmente de 12 %. Quel est son nouveau prix ?

$$12\% \text{ de } 180\text{g, c'est } \frac{12}{100} \times 180 = \frac{12 \times 180}{100} = \frac{2160}{100} = 21,6. \text{ L'augmentation est de } 21,60 \text{ €.}$$

$180 + 21,6 = 201,6$. Le nouveau prix est de 201,60 €.