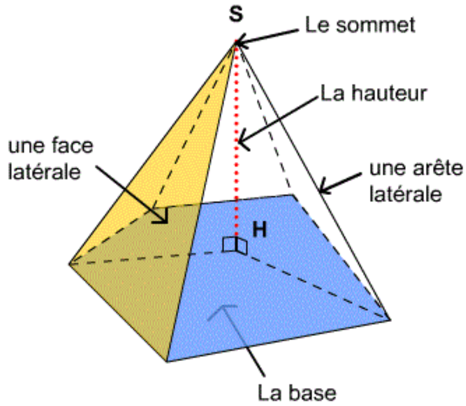
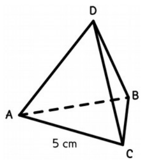
Pyramides



Définitions :

Une **pyramide** est un solide constitué d'une base polygonale.
Chaque côté de la base est relié au sommet par une face triangulaire

la base : c'est un polygone (convexe),



cas particulier : - si la base est un triangle, on appelle le solide obtenu un **tétraèdre.**
- si la base est un polygone régulier (carré, hexagone régulier ....) et les arêtes latérales sont de même longueurs alors le pied de la hauteur issue du sommet est le centre de la base et on appelle de solide une **pyramide régulière.**

les arêtes de la base : ce sont les côtés du polygone de base,

les faces latérales : ce sont des triangles,

cas particulier : sur une **pyramide régulière,** les faces latérales sont des triangles isocèles superposables.

les arêtes latérales : elles partent du sommet de la pyramide.

le sommet : il est le sommet commun des faces latérales

la hauteur : elle passe par le sommet et orthogonale à la base.

Attention à ne pas confondre « hauteur de la pyramide » et « hauteur d'une face »

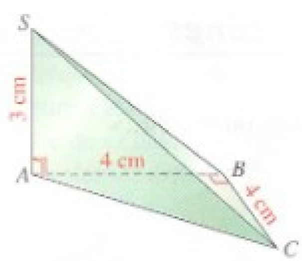
Volume :

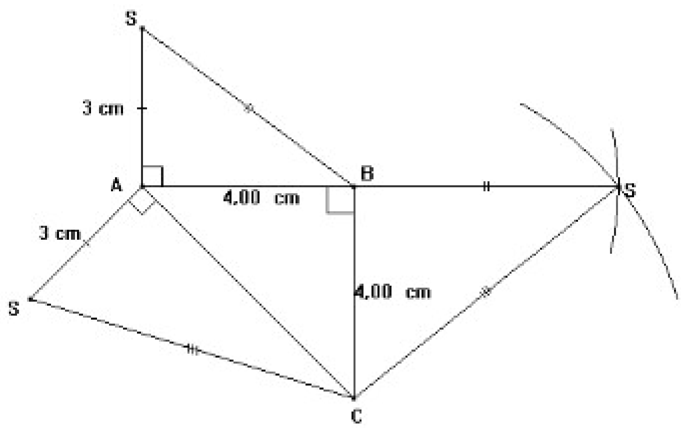
$$\text{Volume} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur de la pyramide}}{3}$$

remarque : il faut le volume de trois pyramides identiques pour obtenir le volume d'un prisme qui aurait la même base et la même hauteur.

Patron :

Exemple : construire de patron de ABCS.

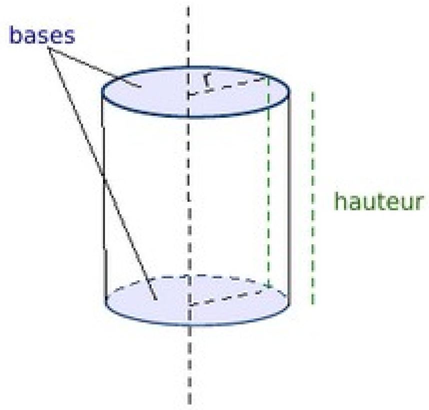




Cylindres de révolution

1) Définition :
Un cylindre de révolution est un solide
qui a deux bases circulaires de même rayon
et un axe perpendiculaire aux bases.

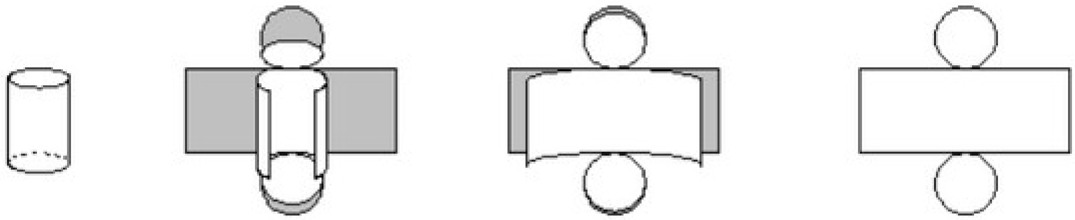
On peut engendrer le cylindre en faisant tourner
un segment qui a ses extrémités sur chacune des bases,
on appelle ce segment une génératrice.

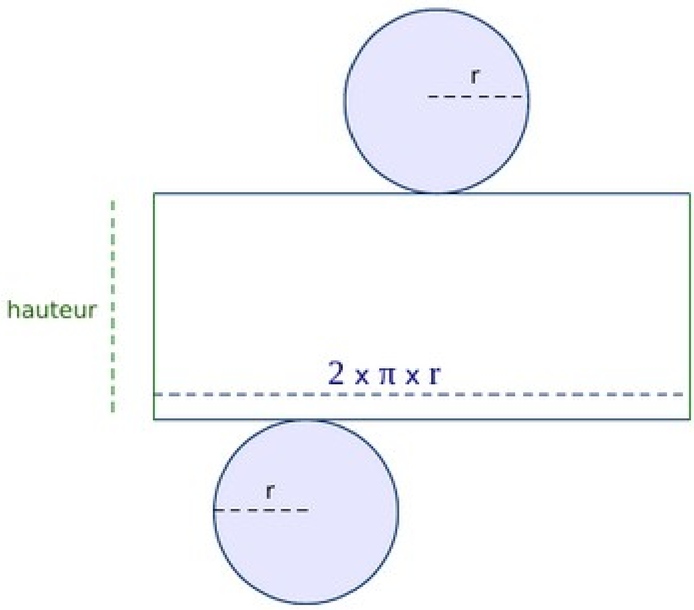


2) Volume : le volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h est :

Volume = Aire(base) × hauteur = Rayon × Rayon × π × hauteur

3) patron :





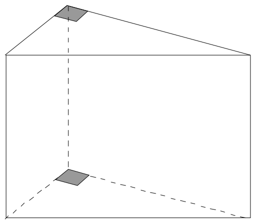
Prismes droits

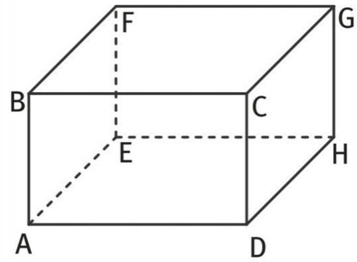
Règles de représentation en perspective cavalière

Les arêtes parallèles dans la réalité restent parallèles.

Les arêtes de même longueur et parallèles dans la réalité restent de même longueur.

Les arêtes cachées sont en pointillés.





Attention ! Certains angles sont modifiés ; par exemple, certains rectangles sont représentés par des parallélogrammes.

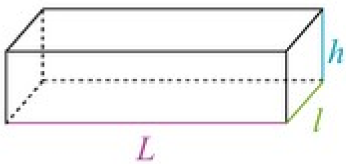
Certaines longueurs sont modifiées ; par exemple, les arêtes fuyantes sont plus courtes que dans la réalité.

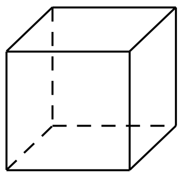
Les prismes droits :

cas particuliers : le cube et le pavé droit

1) Définition :

Le pavé droit, ou parallélépipède rectangle, est un solide qui a six faces rectangulaires.
Le cube est un solide qui a six faces carrées.

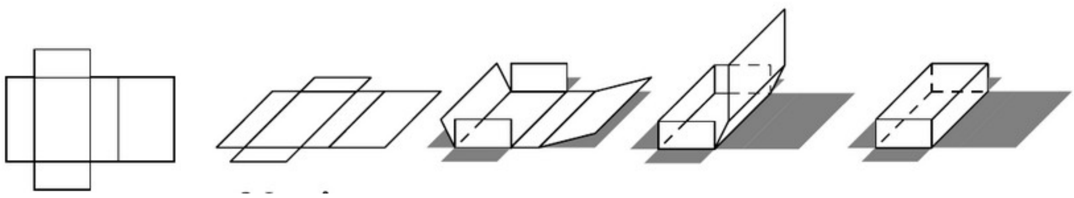


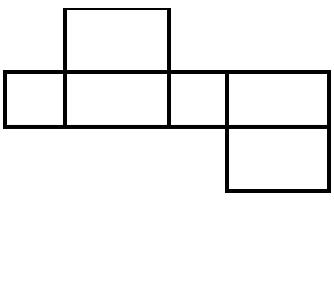


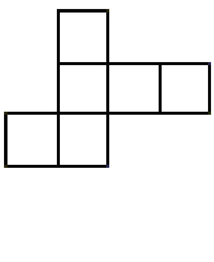
2) Volume :

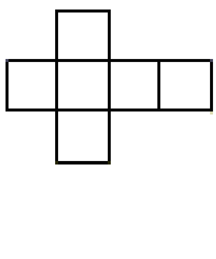
Le volume d'un pavé droit de dimensions L, l, h est ....

3) patron :









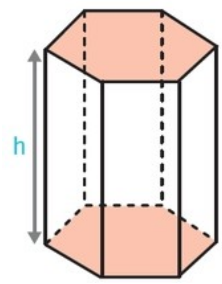
le prisme droit

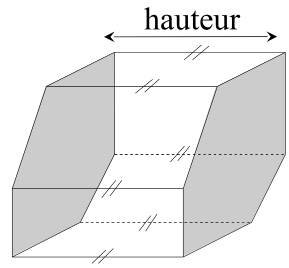
1) Définition :

Le prisme droit est un solide qui a :
- deux faces parallèles, qui sont des polygones, et superposables : les **bases**
- les autres faces sont des rectangles : les **faces latérales**.

Les faces latérales sont perpendiculaires aux bases.

Les **arêtes latérales** ont toutes la même longueur : cette longueur est la **hauteur du prisme.**





2) Volume :

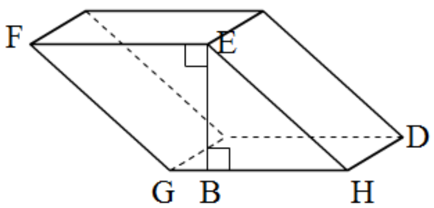
Le volume d'un prisme droit est égal au produit de l'aire de la base du solide par la hauteur du solide

Volume = Aire(base)$\times$hauteur du prisme

Attention ! Il ne faut pas confondre la hauteur du prisme avec la hauteur de la base lorsque celle-ci est un triangle ou un parallélogramme ou encore un trapèze.

3) Exemple :

a)



HE = 6 cm ; BG = 1 cm ;
DH = 6 cm ; BE = 4 cm ; GH = 5 cm

Les bases du prisme sont des parallélogrammes.

Calculons l'aire du parallélogramme EFGH :

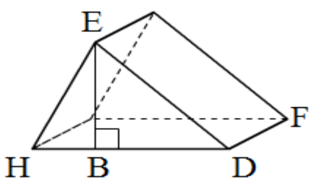
$BE\times GH=4\times5=20$ L'aire de EFGH est de 20 cm².

La hauteur du prisme est égale à 6 cm.

Soit V le volume du prisme :

V = 20×6 = 120. Le volume du prisme est de 120 cm^3.

b)



DE = 5 cm ; FD = 4 cm ;
BE = 4 cm ; HD = 6 cm.

Les bases du prisme sont les triangles .

Calculons l'aire du triangle EHD :

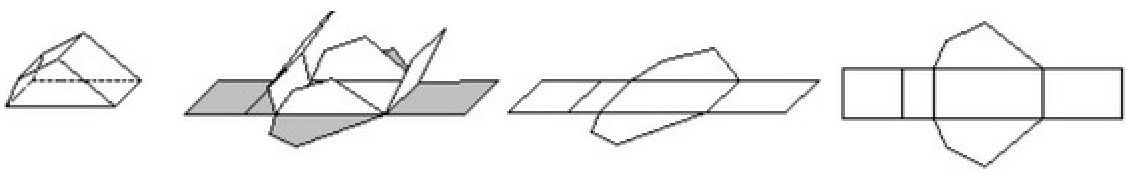
$\frac{EB\times HD}{2}=\frac{4\times6}{2}=\frac{2\times2\times6}{2}=2\times6=12$ L'aire de EHD est de 12 cm².

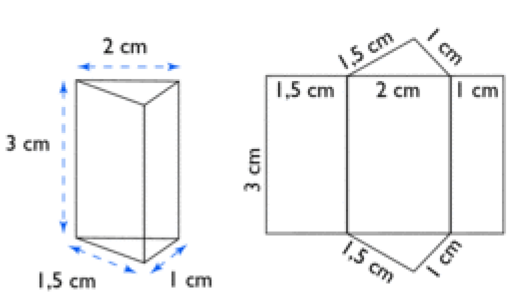
La hauteur du prisme est égale à 4 cm.

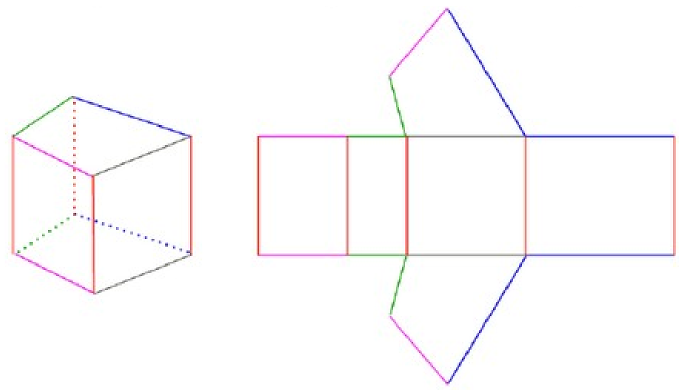
Soit V le volume du prisme :

V = 12×4 = 48. Le volume du prisme est de 48 cm^3.

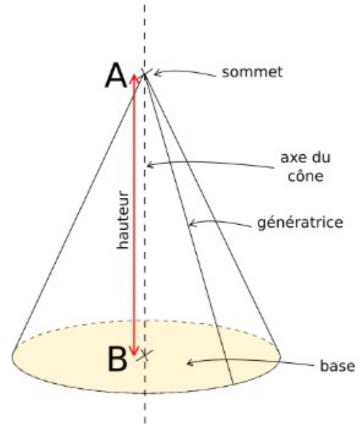
3) patron :







Cônes de révolution



Définitions :

Un **cône de révolution** est un solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour de l'un des côtés de l'angle droit.
La surface latérale est une portion de disque enroulée autour de la base.

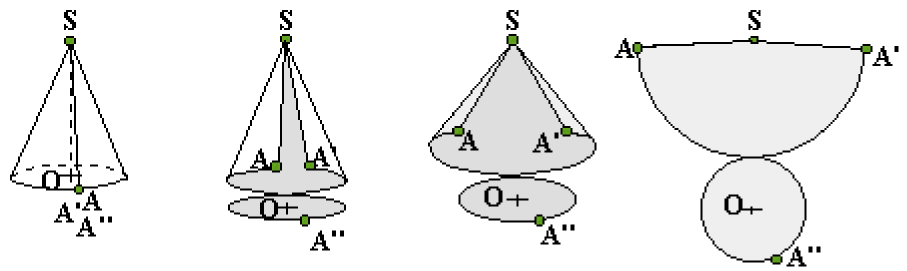
la base : c'est un disque,
la surface latérale, c'est un secteur angulaire enroulé autour de la base
une génératrice : c'est un segment de la surface latérale dont les extrémités : sommet et un point de la base,
le sommet ,
la hauteur du cône : c'est la distance séparant le centre de la base et le sommet de la pyramide ,
l'axe du cône est la droite qui passe par le centre de la base et le sommet du cône.

Volume :

$$\text{Volume} = \frac{rayon \times rayon \times \pi \times hauteur\ du\ cône}{3}$$

remarque : il faut le volume de trois cônes identiques pour obtenir le volume d'un cylindre qui aurait la même base et la même hauteur.

Patron :



le patron d'un cône de révolution est formé d'un disque (la base) et d'une portion de disque.
Le rayon de la portion de disque est égal à la longueur d'une génératrice.
La longueur de l'arc de cercle est égale au périmètre du disque de la base.

Exemple : Tracer le patron d'un cône de révolution de rayon 3 cm et de hauteur 4 cm.
Pour déterminer la longueur du rayon de la surface latérale, il faut calculer la longueur d'une génératrice.
Dans le triangle SOA rectangle en O, d'après le théorème de Pythagore, on a : $SA^2 = SO^2 + OA^2$
donc $SA^2 = 4^2 + 3^2$
$SA^2 = 16 + 9$
$SA^2 = 25$ alors SA = $\sqrt{25}$ cm = 5 cm .
Le rayon de la portion de disque représentant la surface latérale est égal à 5cm.

Pour déterminer l'angle de la portion de disque, on utilise un tableau de proportionnalité pour que le périmètre de l'arc de cercle soit égal au périmètre du disque de la base.

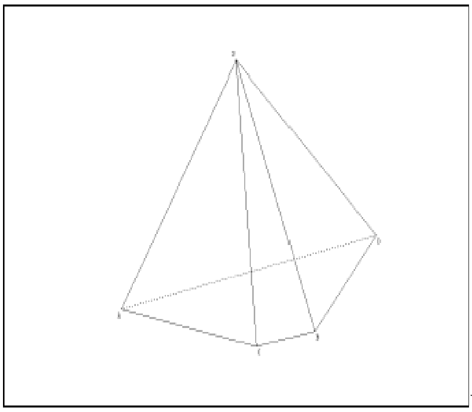
Angle (en°)	360	x
Périmètre de l'arc de cercle	10π	6π

Donc x=360×6π10π=216°

$\widehat{ASA'} = 216°$

PYRAMIDE ET CONE DE REVOLUTION

PYRAMIDE

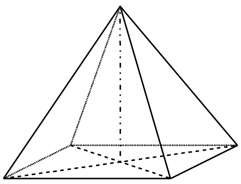


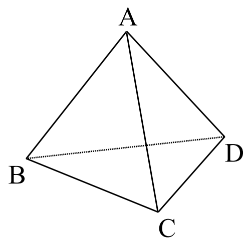
- Une pyramide est un solide dont:
  Une face, la base est un polygone qui ne contient pas le sommet de la pyramide.
  Les faces latérales sont des triangles qui ont pour sommet commun S.
- La hauteur d'une pyramide de sommet S est le segment [SH] perpendiculaire au plan de la base où H est un point de ce plan.
  La longueur SH est aussi appelée hauteur de cette pyramide

Pyramides particulières

Une pyramide de sommet S est dite régulière lorsque:

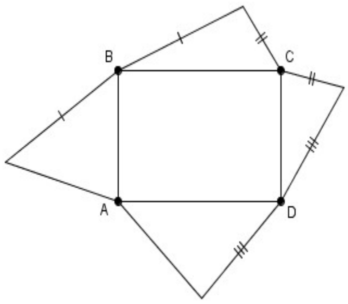
- sa base est un polygone régulier de centre H: triangle équilatéral, carré, pentagone régulier......
- [SH] est la hauteur de la pyramide.

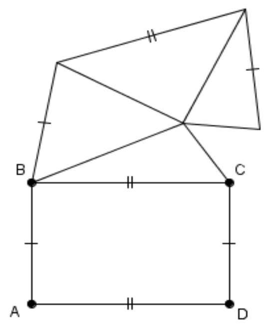




Patron

Un patron d'un solide est un dessin qui permet après découpage et pliage de fabriquer un solide.
Chaque face est en grandeur réelle.
Il y a plusieurs patrons possibles pour un même solide.

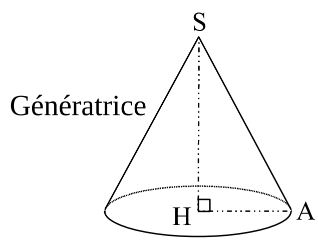




CONE DE REVOLUTION

Un cône de révolution est formé:

- d'un disque appelé base;
- d'une surface courbe appelée face latérale;
- d'un point appelé sommet du cône.



Patron

L'arc de cercle est de la même longueur que le disque de base c'est à dire $2\pi R$ où R est le rayon du disque de base.